

ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА ПО КУРСУ «ОСНОВЫ ТОПОЛОГИИ»

- (1) Определение топологического пространства и непрерывного отображения.
- (2) Определение компактности и паракомпактности топологического пространства. Теорема Тихонова.
- (3) Определение хаусдорфовости и нормальности топологического пространства, лемма Урысона.
- (4) Определение размерности топологического пространства в смысле покрытий. Размерность \mathbb{R}^n .
- (5) Симплициальные комплексы и кусочно-линейные отображения. Вложение конечных симплициальных комплексов в \mathbb{R}^N .
- (6) Определение гладкого многообразия и касательного расслоения.
- (7) Гомотопные отображения и их свойства. Гомотопическая эквивалентность топологических пространств.
- (8) Степень гладких и кусочно-линейных отображений, теорема Брауэра.
- (9) Теорема Борсука–Улама о нечётных отображениях сферы.
- (10) Фундаментальная группа пространства и накрытия.
- (11) Фундаментальные группы замкнутых ориентированных поверхностей.
- (12) Фундаментальные группы вещественного проективного пространства, групп $SO(n)$ и $SL(2, \mathbb{C})$.
- (13) Определение дифференциального комплекса, цепного отображения и гомологии цепных отображений.
- (14) Определение сингулярных гомологий топологических пространств, их гомотопическая инвариантность и другие свойства.
- (15) Определение когомологий Чеха топологических пространств и когомологий де Рама многообразий.
- (16) Умножение в когомологиях и двойственность Пуанкаре. Доказательство для когомологий по модулю 2.
- (17) Описание алгебр когомологий вещественного и комплексного проективных пространств.
- (18) Первое препятствие к построению сечения расслоения над односвязным пространством.
- (19) Определение гомотопических групп сфер и стабильных гомотопических групп сфер.
- (20) Теория Морса, критерий гомеоморфности многообразия сфере.
- (21) Определение векторного расслоения и понятие о классифицирующем пространстве.
- (22) Определение классов Штифеля–Уитни вещественных и классов Чженя комплексных расслоений. Их свойства.
- (23) Понятие о бордизме многообразий. Построение инвариантов бордизма с помощью характеристических классов касательного расслоения.