СТУДЕНЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ МФТИ
11 ДЕКАБРЯ 2022 ГОДА

1. Докажите, что если функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ограничена и её график замкнут как подмножество плоскости $\mathbb{R}^2$, то функция f непрерывна.

2. Пусть $n \geq 3$ — целое число. Найдите минимальную степень одного алгебраического (полиномиального) уравнения, которое задаёт множество вершин правильного n-угольника на плоскости $\mathbb{R}^2$.

3. Сколько есть способов (в смысле мощности) представить число 1 в виде конечной или бесконечной суммы некоторого подмножества множества

$$\{\varphi^{-n} \mid n \in \mathbb{Z}^+\}?$$

Здесь $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ — золотое сечение.

4. В пространстве $\mathbb{R}^n$ дано конечное множество точек X. Известно, что для любого подмножества $Y \subseteq X$ из не более $n+1$ точки найдётся единичный шар B_Y, содержащий Y и не содержащий начало координат. Докажите, что найдётся единичный шар B_X, содержащий X и не содержащий начало координат.